**中国矿业大学2021～2022学年第 1 学期**

**《信息论与编码》试卷（B）卷**

**考试时间：100 分钟 考试方式：闭 卷**

**学院 班级 姓名 学号**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题　号** | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | **总分** |
| **得　分** |  |  |  |  |  |  |  |
| **阅卷人** |  | | | | | | |

一、填空（每题3分满分30分）

1、设英文字母b发生的概率为0.015，则这个字母包含的信息量为　6.0589 bits。

2、具有N个（正整数）字符的概率分布集合，则在上的最大熵是 lnN nats，达到最大熵分布是。

3、对于输出对称信道，当输入分布是等概率分布时，输出分布是 等概率分布 。

4、设离散无记忆信道的传输矩阵为，信道容量为C bits；将两个这样的信道级联，

则总信道矩阵为 ，容量为 0.3199 bits。

5、设二进码字集为，则该编码的第二个后缀分解集是 C2={0} ；该编码是唯一可译码吗？（是、否）。该编码对应码长序列满足Kraft不等式吗？（满足、不满足）；

6、在二元对称信道中，当 0<p<0.5 时最大似然概率译码方法等同于最小汉明距离译码方法。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X Y | -1 | 0 | 1 |
| 0 | 1/8 | 1/4 | 3/8 |
| 1 | 1/8 | 0 | 1/8 |

二、（15分）设随机变量X，Y具有联合分布律如下，如果随机变量， （1）求X，Z联合分布律；（2）求联合熵；（3）互信息I(X;Z)。（单位用nat）

解：（1）

，同理可以求出其它情况的联合概率，

X，Z的联合分布律为：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X \ Z | 0 | 1 |
| 0 | 3/4 | 0 |
| 1 | 0 | 1/4 |

（2）联合熵为：。

（3）X和Z的分辨率分别为：

， 

互信息为：。

三、（10分）设离散信道输入输出字符集都是{1，2，3}，传输矩阵Q如下，求它的容量（单位：nats）和最大输入、输出分布。



解：该信道既是输入对称又是输出对称，所以是对称信道，根据计算公式得到：

。

最大输入和输出分别都是等概率分布：

。

四、（15分）已知一阶齐次马氏信源字符空间为，状态转移图如右。（1）求平稳分布；（2）求熵率（单位：nats）；（3）当p取何值时熵率有最大值？最大值是多少？



解：（1）转移概率矩阵为：，设平稳分布，由得到：，

从而，再由得到平稳分布：。

（2）熵率为：，



（3）设，求导：，

得到：，此时有最大熵率nats。

五、（15分）设离散无记忆信源字符空间有6个字符，其概率分布如下。（1）求字符a3,a4二进Elias码字，并将编码过程有关数据填入下表；（2）求所有字符的三进Huffman编码.



解：可以求出字符A3，a4的码长：

它们的编码过程如下表。

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 字符 | 概率 | 累积概率 | 小区间 | 中点 | 二进进数值 | 码长 | 码字 |
| A1 | 0.15 | 0 |  |  |  |  |  |
| A2 | 0.18 | 0.15 |  |  |  |  |  |
| A3 | 0.4 | 0.33 | [0.33,0.73) | 0.53 | 0.100001… | 3 | 100 |
| A4 | 0.12 | 0.73 | [0.73,0.85) | 0.79 | 0.110010… | 5 | 11001 |
| A5 | 0.05 | 0.85 |  |  |  |  |  |
| A6 | 0.1 | 0.9 |  |  |  |  |  |

（2）Huffman编码要注意添加一个虚拟字符A7，它的概率为0，编码过程如下图：

六、（15分）设(7,4)线性分组码的校验矩阵H如下，（1）若码字后四位为消息位，求下表中消息的码字，并填入表第二行（要求写出码字生成方程）；（2）求码字的最小汉明距离；（3）如果信道输出是，求它的伴随式，它应当译成什么消息？



解：（1）可以将码字设为：，其中消息为，则码字具有如下生成方程：，即：，从而得到所给消息的码字。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 消息 | 0000 | 0010 | 0100 | 0110 | 1000 | 1010 | 1100 | 1110 |
| 码字 | 0000000 | 1100010 | 1110100 | 0010110 | 1011000 | 0111010 | 0101100 | 1001110 |

（2）最小汉明距离就是最小汉明重量，d=3

（3）信道输出的伴随式是：，故对应的错误矢量是

，应当译成码字，或者消息。